Симплекс-метод ЗЛП

Постановка ЗЛП в матричной форме:

$Z = CX \to max\ (min)$,

где $C = (c_1, c_2, \ldots, c_n)$,

$X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$

$AX \leq B,\ X \geq 0$

где $B = (в_1, \ldots в_i, \ldots в_m)^T$

Согласно свойствам **ЗЛП** оптимум целевой функции находится в некоторой угловой точке ОДР.

Переход от графического метода лежит через алгебраическое описание угловых точек ОДР.

Реализация общего алгебраического (аналитического) симплекс-метода основана на аналитических преобразованиях уравнений системы ограничений, а табличного симплекс-метода - на табличных преобразованиях по ***формулам Жордана -Гаусса.***

ЗЛП предварительно преобразуется к виду:

$Z = CX \to max\ (min)$,

$AX = B, \quad X \geq 0$

Такая форма необходима для получения ***базисных решений***. Из свойств ЗЛП ***допустимые*** базисные решения (ДБР) полностью определяют угловые точки ОДР.

Этапы реализации симплекс-метода: определение первоначального допуст. баз. решения (плана); переход к «лучшему» решению на основе свойств линейной целевой функции.

Критерий оптимальности аналитического симплекс-метода для задачи максимизации (минимизации) – отсутствие положительных (отрицательных) коэффициентов в выражении для целевой функции через свободные переменные.

ПРИМЕР

(показать расчет по методу любым способом на примере с 2-мя переменными)

Геометрическую интерпретацию симлекс-метода проиллюстрировать на выбранном примере

Математическая модель задачи:

Z = 2x1 + 3x2 -> max

x1 + 3x2 ≤ 18,

2x1 + x2 ≤ 16,

x2 ≤ 5, 3x1 ≤ 21,

x 1 ³ 0, x 2 ³ 0.

Решение:

Поставленная задача содержит две переменные, поэтому ее решение можно найти с помощью графического метода. Результат построения области допустимых решений – это многоугольник с вершинами O(0, 0), A(0, 5), B(3, 5), C(6, 4), Д(7, 2), E(7, 0). Оптимальное (максимальное) значение целевой функции в точке C равно 24.

Для реализации симплекс-метода от стандартной задачи линейного программирования необходимо перейти к основной задаче с ограничениями в виде уравнений. Для этого вводим дополнительные переменные x3, x4, x5, x6:

x1 + 3x2 + x3 = 18,

2x1 + x2 + x4 = 16,

x2 + x5 = 5,

3x1 + x6 = 21.

Для исследования на совместность полученной системы уравнений найдем ранг основной и расширенной матриц системы.

Последние 4-е столбца матрицы А образуют единичную матрицу, следовательно ранг основной, и расширенной матриц равен 4. Заданная система совместна. Количество основных (базисных) переменных – 4, а не основных (свободных) – 2.

	B	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Оценка роста своб пер.
X3	18	1	3	1	0	0	0	6
X4	16	2	1	0	1	0	0	16
X5	5	0	1	0	0	1	0	5
X6	21	3	0	0	0	0	1	~
Z	Zval = 0	-2	**-3**	0	0	0	0	

Оценка = 0 если X2=0 || X2 > 0, B = 0 Оценка = Bi/X2i они <>0 и одн. Знака Иначе ~

	B	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Оценка роста своб пер.
X3	=(18*1-3*5)/1		**0**					
X4			**0**					
X2	=5/1	0	**1**	0	0	=1/1	0	
X6			**0**					
Z	15	-2	**0**			3		

Aij = (aij ask – aik asj)/ask; ask – разреш. Эл-т

	B	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Оценка роста своб пер.
X3	3	1	0	1	0	– 3	0	~
X4	5	0	0	- 2	1	5	0	1
X2	5	0	1	0	0	1	0	5
X6	12	0	0	- 3	0	9	1	12/9
Z	21	0	0	2	0	**- 3**	0	

Пока все Zi не станут положительными